

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**  
**Soluții**

1. a) Se verifică prin calcul. Se obține  $a = 3$ .
- b)  $B = A - A^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Se obține  $B^{2009} = B$ .
- c)  $\det(X) = 0 \Rightarrow X^5 = t^4 \cdot X$ , unde  $t = \text{tr}X$ . Deci  $t^5 = 3$ ,  $t \in \mathbb{R} \Rightarrow t = \sqrt[5]{3}$  și  $X = \frac{1}{\sqrt[5]{3^4}} A$ , care verifică.
2. a) Pentru  $a, b \in M$ , avem  $e^a + e^b - 1 \geq 1$ , deci  $a * b \in [0, \infty) = M$ .
- b) Pentru  $a, b, c \in M$  se demonstrează că  $(a * b) * c = a * (b * c) = \ln(e^a + e^b + e^c - 2)$ .
- c) Se demonstrează prin inducție că  $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de } n \text{ ori } a} = \ln(n \cdot e^a - (n-1))$ .

Se obțin apoi soluțiile  $a = 0$  și  $a = \ln(n-1)$ .